CONSIDERA ESTOS **TIPS** ANTES DE INICIAR LA **SESIÓN**

Escuchar atentamente **la exposición** del docente.

Las preguntas que tengas se harán **al final de la exposición,** levantando la mano.

Apaga tu micrófono y vídeo, caso no cumplas con ello el **docente te retirará de la clase.**

Trilce
ACADEMIA

¡SER MEJORES JUNTOS!

#YoMeQuedoEnCasa

Trilce
ACADEMIA

Curso: **Álgebra**

Ciclo:

INTENSIVO SAN MARCOS

MEJOR PREPARACIÓN
A MENOR PRECIO

Trilce
ACADEMIA

¡Tu
mejor
opción!

ECUACIONES CUADRATICAS

$$ax^2 + bx + c = 0 \; ; a \neq 0$$

DONDE:

- $a, b \; y \; c : coefientes$
- $x: incognita$

ADEMÁS: $x_1 \; ; x_2$ son las raíces o ceros de la ecuación

Para resolver la ecuación se recomienda factorizar e igualar a cero cada factor, pero si la ecuación no es factorizable se usará la formula general:

Trilce ACADEMIA

Fórmula General

Seq: $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \; ; \; a \neq 0$

Entonces:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a c}}{2 \cdot a}$$

Ej) Resolver: $3x^2 + 5x - 1 = 0$

i) $a = 3 \; ; \; b = 5 \; ; \; c = -1$

ii) $$x = \frac{-(5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4(3)(-1)}}{2 \cdot (3)}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6} \rightarrow x_1 = \frac{-5 + \sqrt{37}}{2}$$

$$\searrow \; x_2 = -\frac{5 - \sqrt{37}}{2}$$

Trilce ACADEMIA

Discriminante

Sea: $ax^2+bx+c=0 \; ; \; a \neq 0$

Entonces: $\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$

Trilce
ACADEMIA

Naturaleza de las Raíces.

Sea: $ax^2+bx+c=0$; $a\neq 0$ ∧ $\Delta = b^2-4ac$

Entonces:

Si: $\Delta > 0$ La ec. tiene dos raíces reales y diferentes $x_1=\alpha$; $x_2=\beta$ $(x_1\neq x_2)$ La ec. tiene dos soluciones.

Si: $\Delta = 0$ La ec. tiene dos raíces reales e iguales $x_1=\alpha$, $x_2=\alpha$ solución única, raíz doble; conjunto solución unitario; $CS=\{\alpha\}$

Si: $\Delta < 0$ La ec. tiene raíces imaginarias de la forma $x_1=m+ni$ ∧ $x_2=m-ni$; $i=\sqrt{-1}$

Trilce ACADEMIA

TEOREMA DE CARDANO

SEA: $a \cdot x^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$

DE RAÍCES x_1 ; x_2 ; ENTONCES:

SUMA DE RAÍCES (S)

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

PRODUCTO DE RAÍCES (P)

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Trilce ACADEMIA

Adicional

01) $x_1 - x_2 = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

02) $(x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 = 4 \cdot x_1 \cdot x_2$

03) $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = -\dfrac{b}{c}$

Trilce
ACADEMIA

04) $x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$

05) $x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3SP$

$3x^2 - 6x + 1 = 0 : \{x_1 ; x_2\}$ $\quad S = x_1 + x_2 = -\frac{(-6)}{3} = 2$

$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3}$

Holle: $x_1^3 + x_2^3 = (2)^3 - 3\cdot(2)\left(\frac{1}{3}\right)$

$= 8 - 2 = 6$

Trilce ACADEMIA

TEOREMAS:

Si la ec. $ax^2 + bx + c = 0 \quad ; a \neq 0$

RAÍCES RECÍPROCAS (INVERSAS)

$x_1 = \alpha$

$x_2 = \frac{1}{\alpha}$

Producto de Raíces $= x_1 \cdot x_2 = 1$

$a = c$

Trilce ACADEMIA

Raíces simétricas (opuestas)

$x_1 = \alpha$

$x_2 = -\alpha$

$\Big\}$ Suma de Raíces $= x_1 + x_2 = 0$

$b = 0$

Trilce ACADEMIA

Ecuaciones Equivalentes

Sean: $ax^2 + bx + c = 0$

$mx^2 + nx + p = 0$

Ec. equivalentes, entonces se verifica:

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}$$

Trilce ACADEMIA

Reconstrucción de una Ec. Cuadrática

Sean: x_1 y x_2 las raíces de una Ec. Cuadrática, donde:

$$S = x_1 + x_2 \quad \wedge \quad P = x_1 \cdot x_2$$

Entonces la Ec. será:

$$x^2 - S \cdot x + P = 0$$

Trilce ACADEMIA

13. La escuela de música Fun Music tiene un taller de 60 estudiantes que pagan S/ 80 de mensualidad. Después de varios meses, se quiere incrementar la pensión mensual; su administrador Lewis, experto en estudio de mercado, se percata que, por cada S/ 10 que incrementen la pensión mensual, pierden 3 estudiantes. ¿Cuántos estudiantes debe tener el taller y cuál debe ser la mensualidad que se pague por el taller de la escuela Fun Music, respectivamente, para que se obtenga el ingreso máximo en aquel mes?

INGRESO = PRECIO x CANTIDAD

$I(x) = (80+10.x).(60-3.x)$

$I(x) = -30x^2 + 360.x + 4800$

PARA QUE EL INGRESO SEA MÁXIMO $x = \frac{-b}{2a}$

$x = -\frac{360}{2.(-30)} \rightarrow x = 6$

Nº ESTUDIANTES $60 - 3.x$

COSTO $S/\ 80 + 10.x$

∴ Nº ESTUDIANTES $= 60 - 3.(6) = 42$

COSTO = 140 SOLES

Trilce ACADEMIA

14. ¿Para qué valores del parámetro "m" en la ecuación cuadrática $2x^2-(m+2)x+m=-7$ sus raíces se diferencian en $\sqrt{2}$?

i) DATO: $x_1 - x_2 = \sqrt{2}$

ii) DE LA EC. $x_1 + x_2 = \frac{m+2}{2}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{m+7}{2}$

iii) SABEMOS: $(x_1+x_2)^2 - (x_1-x_2)^2 = 4 \cdot x_1 x_2$

$$\left(\frac{m+2}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2 = 4 \cdot \left(\frac{m+7}{2}\right)$$

$$\frac{m^2+4m+4}{4} - 2 = 2m+14$$

$$\frac{m^2+4m+4}{4} = 2m+16$$

$$m^2+4m+4 = 8m+64$$

$$m^2-4m-60=0$$

$$m=10 \quad \vee \quad m=-6$$

Trilce ACADEMIA

15. ¿Cuál es el producto de las raíces de la ecuación $1.x^2 + bx + c = 0$, cuyo conjunto solución es $\{\Delta + 1; \Delta - 1\}$, si Δ es el discriminante de la ecuación?

$x_1 = 5$

$x_2 = 3$

DEL DATO: $x_1 = \Delta + 1$; $x_2 = \Delta - 1$

$\therefore x_1 \cdot x_2 = 15$

$x_1 - x_2 = (\Delta + 1) - (\Delta - 1) = 2$

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{1} = 2 \longrightarrow \Delta = 4$$

Trilce ACADEMIA

16. En la ecuación $x^2 + bx + c = 0$, la diferencia de las soluciones es 1 y la diferencia de los cubos de las mismas es 37. Calcule el producto de dichas soluciones.

DATO:

$$x_1 - x_2 = 1$$

$$x_1^3 - x_2^3 = 37$$

$$(x_1 - x_2)^3 = x_1^3 - x_2^3 - 3x_1x_2(x_1 - x_2)$$

$$(1)^3 = 37 - 3x_1 \cdot x_2 \cdot (1)$$

$$1 = 37 - 3x_1x_2$$

$$\therefore \quad x_1 \cdot x_2 = 12$$

Trilce ACADEMIA

17. Si "a" y "b" son soluciones de $px^2 - 2qx + 4 = 0$, y la ecuación cuadrática:

$$(a-b)x^3 + 18x^2 + (2^{p+7-q} - 3^{p+7-q})x + 1 = 0$$

tiene soluciones simétricas, calcule $q^2 - 4q$.

$a + b = \frac{2q}{p} = 2a$

$a \cdot b = \frac{4}{p} = a^2$

DEL DATO: $a = b$

Además la EC: $18 \cdot x^2 + (2^{p+7-q} - 3^{p+7-q}) \cdot x + 1 = 0$ tiene

Raíces simétricas:

$$2^{p+7-q} - 3^{p+7-q} = 0$$

$$p + 7 - q = 0 \longrightarrow p = q - 7$$

Trilce ACADEMIA

Como: $2 = \frac{7}{p}$ ^ $2^2 = \frac{4}{p}$

$$\frac{7^2}{p^2} = \frac{4}{p} \Rightarrow 7^2 = 4p$$

Pero: $p = 7 - 7 \rightarrow$ $7^2 = 4.(7-7)$

$$7^2 = 4.7 - 28$$

$$7^2 - 4.7 = -28 \not\rightarrow$$

Trilce ACADEMIA

18. Roger compró por S/ 6000 cierto número de celulares. Si hubiera comprado 30 más con la misma cantidad de dinero, cada uno hubiera costado S/ 180 más barato. ¿Cuántos celulares compró Roger?

Nº Celulares $= x \quad \rightsquigarrow \quad x+30$

Costo (c/u) $= \dfrac{6000}{x} \quad \rightsquigarrow \quad \dfrac{6000}{x+30}$

$$\frac{6000}{x} - \frac{6000}{x+30} = 180 \rightarrow x = 20$$

30 12.

Trilce ACADEMIA

19. Un profesor le dice a su alumno Rony: "Andrea dispone de monedas de S/ 5 y S/ 2 para pagar una deuda de S/ m y, al pagar la deuda con 14 monedas, intercambió por equivocación el número de monedas, por lo que Andrea pagó S/ 6 más". Si el profesor le preguntó a Rony cuál es la ecuación cuyas soluciones son $\frac{m-22}{3}$ y $\frac{m+2}{8}$, y este contestó correctamente, ¿cuál fue la respuesta de Rony?

Las soluciones de la ec. son: $x_1 = 8$, $x_2 = 6$

$S = x_1 + x_2 = 14$

$P = x_1 \cdot x_2 = 48$

$x^2 - 14x + 48 = 0$

Cantidad

S/5 → x

S/2 → y

$x + y = 14$

$5x + 2y = m$

$2x + 5y = m + 6$ (−)

Restando: $-3x + 3y = 6$

$y - x = 2$

$y = 8 \wedge x = 6 \Rightarrow m = 46$

Trilce ACADEMIA

20. Una compañía vende un producto al precio unitario de $p = 600 - 0{,}5x$ soles, donde "x" es el número de unidades del producto vendido. Determine el menor número de unidades que se debe producir y vender para que el ingreso sea de S/ 55 000.

Ingreso = Precio × Cantidad

$$55000 = (600 - 0{,}5x) \cdot x$$

$$55000 = 600x - \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{x^2}{2} - 600 \cdot x + 55000 = 0$$

$$x^2 - 1200x + 110000 = 0$$

x -1100

x -100

$x_1 = 1100$

$x_2 = 100$

Trilce ACADEMIA

21. Una compañía vende un producto al precio unitario $p = 700 - 0{,}25x$ soles, donde "x" es el número de unidades del producto vendido. Si el costo total de producir "x" artículos es $C(x) = 0{,}075x^2 + 4x - 50\,000$, determine cuántas unidades debe producir y vender para que la utilidad sea de S/ 417 200.

Precio total $= (700 - 0{,}25.X).X$

Costo total $= 0{,}075.X^2 + 4X - 50000$

$P_v = P_c + G$

$700.X - 0{,}25.X^2 = 0{,}075.X^2 + 4X - 50000 + 417\,200$

$0{,}325.X^2 - 696.X + 367\,200 = 0$

$X =$

Trilce ACADEMIA

Trilce

ACADEMIA

MEJOR PREPARACIÓN A MENOR PRECIO